

## **NUMERI, SEGNI, MANIPOLAZIONE: ALLA RADICE DEGLI STRUMENTI DI CALCOLO**

Diana Bitto

Nuclei di Ricerca Didattica dell'Università di Udine e Mathesis UD

Da anni cognitivisti e matematici discutono se la matematica sia o no un concetto innato, se cioè essa possa considerarsi frutto di una invenzione o di una scoperta. Non ci soffermeremo su questo problema ma andremo a ricercare come il concetto di numero, qualunque sia la sua natura, si sia evoluto a partire da una primordiale sensazione numerica sino alla rappresentazione grafica e mentale usata attualmente da un adulto del nostro ambiente culturale.

### **Premessa**

Prima di iniziare dovremo riflettere su quale sia la percezione che noi abbiamo di un numero. Per fare ciò immaginiamo di dover staccare un assegno per coprire abbondantemente le spese per l'acquisto di alcuni regali. Per prima cosa dovremo decidere la cifra. Se non abbiamo problemi di soldi cumuleremo ad occhio i prezzi e ci terremo alti rispetto al totale presunto. In questa fase la sensazione numerica risulterà vagamente nebulosa. Passeremo poi alla compilazione dell'assegno e per fare ciò useremo due tipi di scrittura: quella verbale "cinquecentoquarantamila" e quella visiva "540000". Nello scrivere le due versioni sentiremo una sensazione diversa, quasi un cambio di registro che solo nella rappresentazione visiva trova la certezza di aver scritto un "vero numero".

Studiosi delle attività cerebrali hanno recentemente scoperto che questi diversi modi di 'sentire' i numeri sono dovuti all'attività, in zone distinte del nostro cervello, di tre diversi sistemi per la manipolazione numerica. Sono il sistema verbale, quello visivo e quello analogico.

Il primo di questi ha sede nell'emisfero sinistro, viene attivato dalle parole-numero (ad esempio "cinque") ed interviene nel calcolo quando necessitano operazioni semplici come le tabelline che sono state memorizzate attraverso un esercizio orale.

Il sistema visivo è sito in entrambi gli emisferi e viene attivato dai segni grafici come appunto le cifre arabe ("5"). Ad esso si ricorre quando le operazioni coinvolgono numeri troppo alti per il sistema verbale (es. quarantadue per

settantatré) ed al cervello necessita la visualizzazione delle cifre arabe per iniziare l'algoritmo di calcolo.

L'ultimo sistema, detto analogico, percepisce i numeri come quantità approssimative e quindi è solo in grado di rilevare se due numeri sono abbastanza vicini o distanti. Lavora in parallelo con gli altri due sistemi e non controlla se i risultati sono esatti ma solo se sono plausibili.

Riassumendo, quando ci viene chiesto di effettuare un calcolo, per esempio tredici per ventiquattro, trasformiamo la comunicazione verbale in visiva ( $13 \times 24$ ), usiamo il sistema verbale per eseguire le singole moltiplicazioni (tre per quattro ...), il sistema visivo per allineare le cifre ed eseguire compiutamente l'algoritmo ed infine il sistema analogico per controllare se, grosso modo, il risultato è sensato.

Si tratta quindi di un complesso sistema di interazioni che ha richiesto millenni per il suo completo sviluppo.

### **I primordi**

Studi fatti su animali (in particolare uccelli), su popolazioni ancora a livello paleolitico e su neonati, hanno evidenziato che essi usano solo il sistema analogico in una forma ancora imperfetta che chiameremo di "sensazione numerica". Essa è semplicemente la capacità di distinguere fra collezioni di oggetti quale sia la più numerosa. A questo stadio dello sviluppo cognitivo l'insieme considerato non viene visto come un aggregato di elementi distinti ma come un tutt'uno in cui il concetto di quantità dipende dalla forma dell'insieme ed dal volume complessivo. Per questo un primitivo posto davanti a una quantità equivalente di pecore e di coltelli dirà che sono più numerose le pecore perché occupano più spazio oppure un bambino molto piccolo si accorgerà se gli sono stati sottratte delle palline solo perché vede che la forma globale del suo tesoro è mutata. E' una fase arcaica probabilmente legata a problemi di sopravvivenza durante la quale non era importante il numero ma la dimensione delle prede o del tipo di avversari. Ancor oggi noi avremmo questa tendenza ma abbiamo imparato a superarla ponendo gli oggetti in corrispondenza biunivoca fra loro.

Inizia in questo periodo anche un primo uso del sistema verbale che, per sottolineare la differenza numerica fra due insiemi di uno stesso genere, non utilizza ancora parole apposite ma modifica il sostantivo in funzione della quantità. Per esempio non si concepisce una collana come un insieme di più perle ma come un unico oggetto. Per questo le popolazioni primitive utilizzano parole diverse per dire un pesce, due pesci,.. modificando la parola un po' come noi quando diciamo perla, braccialetto, collana, al variare del numero delle componenti.

### Le prime forme verbali

In un momento successivo si pone un nuovo tipo di percezione numerica. Vengono utilizzate parole numero per insiemi contenenti uno o due elementi mentre rimangono indifferenziati gli insiemi più numerosi (si parla di “molti”). E’ la numerazione tipica di civiltà preistoriche di cacciatori raccoglitori che non hanno necessità di stoccaggio né possiedono arnesi se non in quantità limitata (appunto uno o due). Un esempio sono gli indigeni del Mato Grosso che usano solo tre forme verbali: *amero* per dire uno, *alene* per dire due e poi dal tre in avanti *balene* cioè “tanti”.

Questo limite nella capacità di cogliere la cardinalità di un insieme si riscontra anche fra i bimbi. Un nonno riferiva che un suo nipotino diceva correttamente di avere una caramella o due caramelle, ma quando ne aveva di più diceva “ne ho dui” usando il plurale: poteva distinguere fino a due ma da tre in poi gli parevano comunque tante quindi “dui”. Anche nel nostro linguaggio si possono trovare tracce direi fossili di questo limite. In francese per esempio il termine *tres* serve a comporre il superlativo (*tres bien, tres bon,..*) e, all’interno delle lingue indoeuropee, il prefisso *tr* o uno simile indica spesso qualcosa di grande o numeroso.

Un perfezionamento di questa struttura ha portato poi altre popolazioni ad arrivare ad un massimo di quattro oggetti diversi (due gruppi da due) usando, per gli insiemi più numerosi, la parola *ras* che vuol dire capelli quindi “tanti quanti sono i capelli”.

Queste cose ci fanno sorridere ma nascondono un problema possiamo dire fisiologico su cui sono stati fatti numerosi esperimenti. Ne è emerso che nessuno di noi riesce a vedere a colpo quanti siano un certo numero di oggetti se il loro numero è superiore al quattro. Se per esempio vogliamo sapere quanti sono questi segni ||||| , nessuno di noi è in grado di indovinarlo senza contare. Se gli stessi ci vengono presentati in questo modo ||||| ||||| sappiamo che sono due gruppi ma non di quanti e anche se i gruppi sono ||||| ||||| ||||| avremo la stessa difficoltà. Nel caso in cui vengano invece disposti in questo modo ||| ||| ||| ||| ||| vediamo sul momento “tanti” gruppi da tre. Quindi noi individuiamo immediatamente la cardinalità di un gruppo solo fino al quattro e possiamo indovinare la cardinalità di gruppi da cinque o da sei solo se la loro posizione ricorda una struttura nota come quella delle facce di un dado. In caso contrario il cervello scompone l’insieme in tanti piccoli sottoinsiemi di cardinalità nota e li somma man mano.

Anche di tutto questo possiamo trovare tracce nel nostro passato. per esempio i romani davano il prenome ai figli fino al quarto poi li chiamavano Quinto, Sesto, Settimo...; in latino ma anche in altre lingue si declinano i numeri solo fino a quarto; solo i primi quattro mesi dell’anno romano ai tempi della

repubblica avevano un nome. Evidentemente per i romani a partire dal quinto elemento tutto diventa vago e privo di caratteristiche proprie.

Nel seguito vedremo come tutti questi limiti abbiano influenzato in vario modo la nascita della scrittura numerica e la scelta degli algoritmi di calcolo.

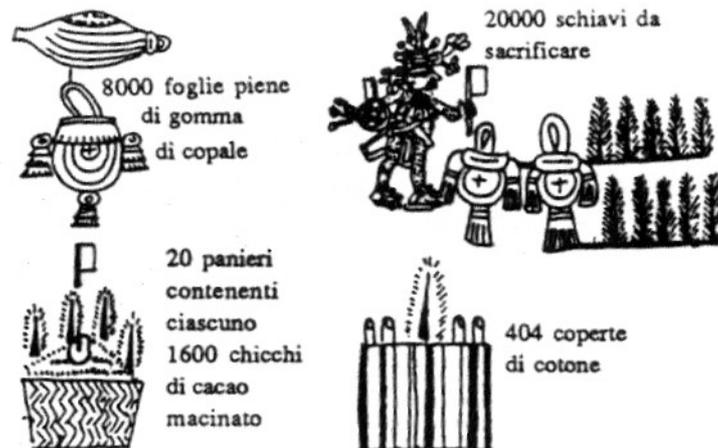
### I modelli

Con l'avvento delle civiltà stanziali e la formazione di gruppi sociali più articolati e numerosi, nascono esigenze di stoccaggio e di baratto. Nasce, forse proprio a causa del baratto, il concetto che oggi chiamiamo di corrispondenza biunivoca attraverso il quale, per esempio, un pastore si porta appresso dei piccoli oggetti (legnetti, sassolini,...) in quantità corrispondente quella degli animali custoditi per il controllo serale.

Dal punto di vista quantitativo essi rappresentano un *modello*.

Il primo modello utilizzato dall'uomo fu certamente il proprio corpo le cui parti (non solo le dita ma anche gomiti, spalle ecc..) venivano messe in corrispondenza con gli oggetti da contare. Nasce in questo contesto il concetto di base in quanto, in questo caso, finito il conteggio sul proprio corpo, chi conta passa ad un altro uomo che quindi diventa la base numerica di quel tipo di numerazione.

Questo uso ha generato perciò sistemi di numerazione con basi diverse a seconda del numero delle parti del corpo coinvolte. Se ne può vedere una rappresentazione pittorica nella numerazione azteca in cui le unità vengono rappresentate con pallini ma anche con dita mozzate.



Essi usavano come modello le dita delle mani e dei piedi e quindi avevano per base il 20 rappresentato da una scure. Il quattrocento cioè  $20^2$ , considerato un numero molto grande, era rappresentato da una piuma (che ci richiama il *ras*) e l'ottomila con un oggetto di valore inestimabile che è la borsa di semi di cacao. Un misto ancora di corrispondenza numerica di tipo analogico e di tipo visivo.

Anche altre popolazioni come i Celti o gli Esquimesi utilizzarono la base 20. Basti pensare alla forma verbale francese quattrevingtquinze cioè  $4 \times 20 + 15$  che in forma visiva è 95.

È un metodo operativo che nei secoli ha limitato l'uso alle sole dita delle mani. Ne è derivata la nostra numerazione decimale la cui forma verbale, specialmente delle prime dieci cifre, ha notevoli assonanze in tutte le lingue indoeuropee. A questo proposito alcuni ritengono che sia emersa, nel giro di qualche millennio, una differenziazione tra la parola che indicava un determinato dito e quella che rappresentava la quantità corrispondente. Si suppone che mentre la parola relativa all'arto subiva nel tempo la consueta variazione linguistica, quella originaria sia rimasta praticamente invariata ad indicare una cardinalità e sia diventata quindi quella parola astratta presente ora nel nostro sistema verbale.

Durante la preistoria comunque non fu solo il corpo a fungere da modello ma si utilizzarono, come già detto, piccoli elementi come sassolini, bastoncini, conchiglie oppure elementi singoli come rametti ed ossa con delle tacche o cordini e fili variamente annodati. Va notato che non si tratta ancora di rappresentazioni di numeri ma di modelli di una stessa cardinalità dove i rapporti numerici si basano ancora essenzialmente sul sistema analogico.

Nei millenni seguenti, nelle regioni in cui si svilupparono i primi insediamenti stanziali con problemi di scorte e i scambi commerciali si rese necessario sviluppare o riconsiderare i modelli già in uso. Ecco quindi ognuno di questi: mani, ciottoli, tacche e nodi, evolversi per diventare numeri e consentire un primo approccio al calcolo. Si sono trovate tracce di questa evoluzione un po' in tutto il mondo e sono interessanti gli sviluppi che ogni sistema ha avuto. Citeremo qui solo gli esempi più significativi e documentati e la relativa ricaduta anche in ambiti imprevisti.

### **Le mani**

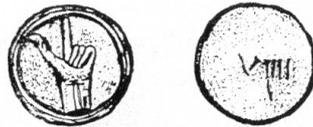
Generalmente si pensa che, contando sulle dita, si possa arrivare solo fino al 10 ma in varie parti del mondo sono stati escogitati vari modi per arrivare ad indicare numeri molto più grandi. In alcuni ambiti sono state usate le nocche; particolari segni con le dita sono stati spesso usati nelle contrattazioni al mercato

o in borsa e l'uso delle falangi è stato il metodo che potrebbe aver portato alla numerazione in base 60. Infatti se noi contiamo le falangi della mano destra utilizzando il pollice come contatore, ne numeriamo 12 e se utilizziamo le 5 dita della sinistra per tenere conto delle dozzine arriveremo a 60.

Ma la tecnica che ha avuto più seguito nei secoli è quella che si può trovare sulle pareti delle tombe egizie dove viene raffigurato il momento del raccolto, con gli scribi che annotano le quantità di grano e i sorveglianti che segnalano da lontano le quantità usando la mano destra o la sinistra.

È un tipo di rappresentazione numerica nata probabilmente proprio in Egitto e da qui diffusa in ambito greco-romano: l'*indigitatio*. Utilizzata fino al tardo '700 in tutto il bacino mediterraneo e nel medio oriente, viene ancora usata, ad esempio, dalla popolazione Masai. Essa è un sistema di rappresentazione del numero che non avviene più esibendo un modello e cioè tante dita quanti sono gli oggetti ma ogni cifra viene rappresentata attraverso una combinazione diversa delle dita stesse che saranno flesse, estese o sovrapposte. Superato il sistema analogico, viene quindi attivato il sistema visivo che riconosce la cifra nella particolare configurazione della mano o, nella combinazione delle manipolazioni, il numero.

Essendo un metodo molto pratico questa tecnica digitale è stata subito assorbita dai romani che la introdussero nei loro curricula scolastici come una delle materie fondamentali. In Egitto si possono ancora rinvenire dei particolari gettoni che venivano rilasciati dagli esattori delle tasse come ricevuta ai contribuenti egizi. Generalmente sono di osso e su di essi è inciso l'importo versato usando la numerazione romana sul dritto e la numerazione digitale egizia sul verso.



L'apprendimento di questa tecnica richiedeva molto esercizio per posizionare bene le dita e sui gesti che ne risultano c'è stato un fiorire di letteratura e anche di satira.

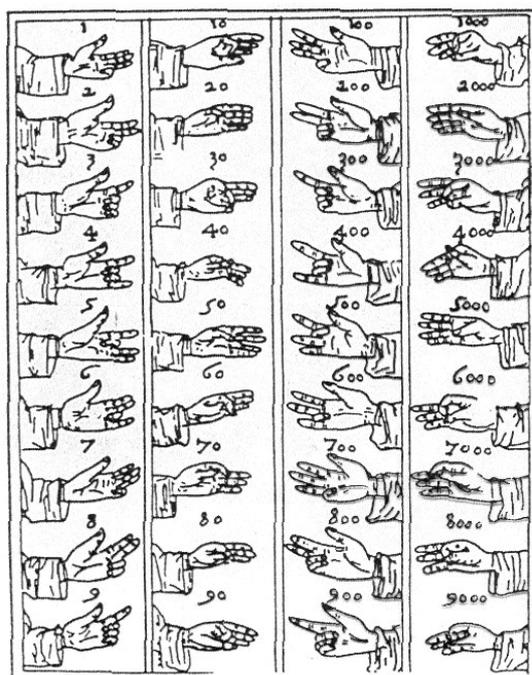
Quintiliano nella "*Istitutio oratoria*" scrive

"...la conoscenza dei numeri... se ne fa spesso uso nel foro e un avvocato che si inceppi su una moltiplicazione o solo mostri incertezza o goffaggine sulle dita, dà una..."

Dopo la morte Boezio, l'ultimo e forse unico matematico romano, questa pratica andò scomparendo. Solo nel 725 d.C. un monaco irlandese conosciuto come il Venerabile Beda la riprese nel suo libro *“De Temporum Ratione”* per insegnare ai suoi confratelli a fare i calcoli necessari a stabilire, loro che avevano il calendario lunare e non giuliano, la data precisa della Pasqua. Nel cap 1° *“De computo et loquela digitorum”* scrive:

“Abbiamo ritenuto necessario (con l'aiuto di Dio) scrivere a proposito della misura del tempo e prima di tutto spiegare l'utile e comoda arte di piegare le dita”

Da allora l'indigitatio ha avuto numerosi ed importanti sostenitori e diffusori quali, per esempio, il grande matematico rinascimentale Luca Pacioli dal cui trattato *“Suma de arithmetica, geometrica proportione e proportionalità”* del 1494 è tratta la seguente tavola.



È significativo della popolarità di questa tecnica il ritratto a mezzo busto che nel XV secolo Giusto di Gand fa di Boezio. Il pittore ha disposto le

mani in una posizione del calcolo digitale in modo che ognuno comprenda che di tratta di un matematico.

Tale fortuna non deriva solo dal fatto che questa tecnica non richiede un supporto cartaceo né una particolare abilità con l'abaco, ma specialmente perché, contrariamente ad altri metodi di codifica dei numeri, l'indigitatio consente di eseguire dei calcoli.

Ancor oggi nelle scuole coraniche in medio oriente si insegna a fare i calcoli con un processo analogo. Se per esempio si conoscono i prodotti della tavola pitagorica solo fino al 25 e si deve fare il prodotto di due numeri compresi tra il 5 e il 10 si procede come segue:

- sulla prima mano si piegano tante dita quante sono le unità del primo fattore superiori al 5 e si tengono tese le altre
- si ripete la stessa manovra con l'altra mano per il secondo fattore
- si moltiplica per 10 il numero di dita abbassate
- si moltiplicano le dita alzate
- si sommano i due risultati parziali.

Algoritmi analoghi permettono con lievi differenze (moltiplicando per un multiplo di 10 e aggiungendo un multiplo di 100) di eseguire prodotti anche di numeri maggiori.

L'uso di questa tecnica richiede comunque un notevole esercizio ed una certa cultura matematica. Popolazioni ad un livello culturale più elementare si sono accontentati di manipolare altri modelli per esempio tacche su ossa, legno o, più raramente, pietra.

### **Le taglie**

Si chiama *taglia* un qualsiasi oggetto sul quale vengono intagliate delle tacche in corrispondenza biunivoca con l'insieme di cui sono il modello. La più antica conosciuta è stata rinvenuta in Cecoslovacchia ed è un femore di lupo risalente a circa 30000 anni prima di Cristo sul quale sono incise una serie di tacche parallele indifferenziate. In altri reperti più recenti (20000-12000 a.C.) le incisioni sono poste a gruppi fra loro distanziati e sono state interpretate in vario modo anche come probabili computi di fasi lunari. Taglie in legno sono state usate fino a tempi recenti dai pastori della Dalmazia e della Sardegna. In quest'ultimo caso ognuna presenta su un estremo una sigla particolare a seconda del bestiame conteggiato. In Sicilia ancora negli anni novanta se ne potevano trovare altre recanti il nome del pastore con intagli di forma diversa per bestiame, caciotte, ricotte, ecc..

Nei secoli scorsi venivano rilasciate taglie particolari anche dalle autorità per regolare i tempi di irrigazione ed il relativo consumo d'acqua o come

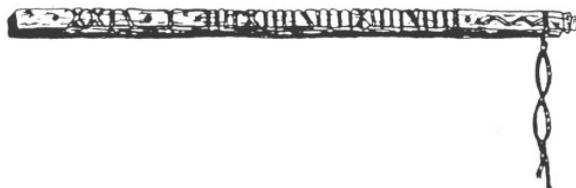
ricevute di donazioni al capitolo dei conventi. Data la scarsa possibilità di falsificare o cancellare un intaglio il loro uso era particolarmente consigliato.

Se le tacche erano più di quattro riemergeva però il limite alla lettura visiva che è stato descritto precedentemente e quindi ben presto si iniziò ad incidere una tacca di forma diversa ogni quattro per differenziare non solo la quinta ma anche la decima, la quindicesima... e così via. E' da questo metodo di intaglio che probabilmente il sistema visivo ha estrapolato quella che noi chiamiamo numerazione romana. Infatti, se pensiamo al tipo di utensile disponibile per fare le tacche, si nota che non ci sono molte possibilità di diversificare una incisione: o è verticale o è obliqua. Quindi, per superare il problema relativo alla percezione del numero di oggetti dopo il quattro, il pastore che vuole registrare le sue pecore, dopo le prime quattro tacche fa un taglio diverso: o lo inclina o fa una specie di Y o una V rovesciata, ecc. poi fa di nuovo quattro tacche e nuovamente varia l'incisione generalmente raddoppiando il segno precedente. Continua così per ogni decina seguente fino alla quinta per la quale cerca di inventare qualcosa di diverso.

Se esaminiamo le seguenti taglie noteremo che le incisioni somigliano molto a qualcosa di noto come la X e la V dei numeri romani e, viste su una taglia di origine dalmata, svizzera o tedesca fanno pensare ad una qualche remota alfabetizzazione dei pastori.



Ma cosa dire di questo bastone per l'irrigazione degli indiani Zuni del Nuovo Messico?



Gli Zuni non conoscevano di sicuro il sistema numerico romano, però su questo bastone sono incisi gli stessi simboli degli esempi precedenti.

È per questo che si è cominciato a pensare che la numerazione romana come noi la insegniamo (il cinque è la mano aperta, il dieci le due mani una su e una giù) non abbia senso. Per approfondire la questione sono state osservate le cifre utilizzate dai butteri della Maremma che usano un tipo di numerazione che detta "chioggiotta".

Numerazione chiggiotta

1	I
5	Λ " V " n " U
10	X " O
50	↗ " ↘ " ⊕
100	* " ⊕
500	↗ " ✕
1000	* " ✕ " ✕

Numeri etruschi

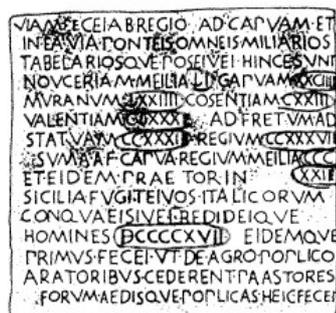
1	∧
5	∧
10	x X +
50	↗
100	*

Numeri romani

1	I
5	V
10	X
50	↘
100	(*)
1000	⊗ ⊕
500	↘ D

Vediamo il cinque che è una V rovesciata, il dieci che raddoppia la V diventando una X, il cinquanta che è una freccia. Si può fare il confronto con le cifre etrusche e notare una forte analogia che si riscontra anche con la numerazione romana di epoca repubblicana.

È evidente che la numerazione romana inizialmente ha copiato quella etrusca con la sola differenza del cinque. Osserviamo specialmente il cinquanta, il cento, il mille e il cinquecento che è la metà del mille. Sulla seguente iscrizione il 51 ha una specie di ancoretta e si nota che sono presenti anche le quattro sbarrette per il 4 in quanto inizialmente non si usava il sistema sottrattivo nemmeno per il nove VIII.



1.4	↓ I	51
1.4	XXCIIII	84
1.5	↓ XXIIII	74
1.5	CXXIIII	123
1.6	C↓XXX	180
1.7	CCXXXI	231
1.7	CCXXXVII	237
1.8	CCCXXI	321
1.12	DCCCXVII	917

Osservando altre epigrafi risalenti ad anni posteriori possiamo vedere che man mano la freccetta si è appiattita fino a diventare una **L**, la croce è diventata una specie di **X** e poi ha perso una delle gambe è diventata una **C**, il cerchio si è modificato nel tempo ed è diventato una **M**.

Interessanti sono il 5000 il 10000 che compaiono anche in testi medievali dove sono indicate le corrispondenze tra cifre indo-arabe e cifre latine. Ancora oggi i libri pregiati hanno spesso le date scritte in questo modo.

	I.	1.	
	V.	5.	
	X.	10.	
	L.	50.	
	C.	100.	
¶	D.	10.	500. <i>Quingti</i>
CD.	∞.	CD.	1000.
		LD.	5000
CM.	∞.	CCLD.	10000
		LD.	50000

### Tasse e contratti

Le taglie che abbiamo esaminato finora erano utilizzate come memoria di quantità ma ne è esistito un altro genere forse più interessante che è quello di tipo contrattuale. Un esempio lo troviamo in Francia dove, ancora nel primo dopoguerra, i panettieri usavano segnare su taglie i crediti dei clienti: un bastone veniva sezionato longitudinalmente e su ognuna delle metà venivano scritti il nome dell'acquirente e la data. In seguito, messi a combaciare i due pezzi, veniva fatta una tacca per ogni pane acquistato. Alla fine del mese il panettiere chiedeva l'estinzione del debito e, se c'erano delle contestazioni, bastava confrontare le rispettive tacche che, non potendosi né cancellare né aggiungere, costituivano una garanzia reciproca.

Questo sistema trova testimonianze in tutto il mondo. In Cina l'ideogramma relativo alla parola contratto è la sovrapposizione di quello del coltello con quello del bastone. In Russia, al tempo degli Zar, tutti i contratti venivano siglati su taglie analoghe. Anche al tempo del Re Sole esisteva una precisa legislazione che regolava l'uso delle taglie-contratto e nell'articolo 1333 del codice napoleonico si prevedeva l'uso di taglie come bolle di accompagnamento delle merci in transito all'interno dell'impero.

In Inghilterra, all'epoca di Guglielmo il Conquistatore, venne introdotto questo stesso sistema con intagli di forma diversa (a V, a scodella..) a seconda

del valore (sterline, scellini,...) rappresentato. Le taglie venivano consegnate agli sceriffi delle contee come promemoria dell'ammontare delle tasse da versare allo Scacchiere. Visto che praticamente erano la testimonianza del credito che lo Stato aveva rispetto alla contea, quando la corona necessitava di fondi venivano svendute diventando una specie di Bot. Questo proliferare di "legnetti" continuò per vari secoli anche quando i documenti su carta erano molto diffusi finché, come racconta Dickens nel suo pamphlet sulla riforma amministrativa:

“Qualche secolo fa, una modalità selvaggia di contabilità era stata introdotta nella Corte delle Scacchiere, consistente nel fare tacche su bastoni di legno, quasi come Robinson Crusò teneva aggiornato il calendario nella sua isola sperduta. Eserciti di contabili, conservatori di libri e aggiornatori erano nati e morti, ma l'andazzo ufficiale era geloso di quei bastoni, quasi fossero le colonne della costituzione; e lo Scacchiere continuava a scrivere i suoi conti su certi pezzi di olmo detti tallies. Sotto Giorgio III, cominciò a soffiare un vento rivoluzionario: ci si chiese se, data l'esistenza di penna, inchiostro, carta, lavagna e gesso, valesse la pena di incaponirsi in quest'uso desueto, anziché adottare un sistema moderno. Ma la burocrazia si ostinò nella sua praticaccia, e i bastoni furono aboliti solo nel 1826.

Nel 1834 ci si accorse che ne esistevano cataste e ci si domandò che fare di quei vecchi bastoni putridi, fradici di vermi. Li si collocò a Westminster, e persone accorte pensarono che la soluzione migliore fosse distribuirli ai poveri come legna da ardere. Tuttavia, poiché non erano mai serviti a nulla, la burocrazia preferì che non servissero a niente fino in fondo, e fu dato l'ordine di bruciarli nascostamente. Furono bruciati, si dice, in una stufa della camera dei Lord. La stufa, intasata dai vecchi bastoni, diede fuoco alle rivestiture di legno, l'incendio si estese alla Camera dei Comuni e i due palazzi furono inceneriti.....”

Comunque sia, l'ultimo contratto a forma di taglia di cui si ha notizia è stato registrato a Lubiana nel 1947 e testimonia la persistenza e quindi la relativa bontà di questo sistema.

Va comunque osservato che, escludendo le primitive taglie sull'osso, l'uso delle taglie si è sviluppato specialmente in ambienti dove il legno era facilmente reperibile e dove si sapeva ben lavorare. In altri siti il modello rappresentativo di una quantità è stato invece realizzato con dei nodi.

### **I nodi**

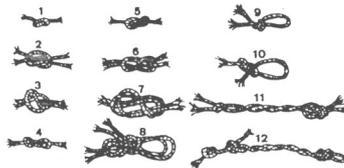
Annodare qualcosa, per esempio un fazzoletto, per ricordare un impegno è un espediente che viene usato ancor oggi.

Esso richiama l'uso di nodi per la registrazione di numeri che si ritrova in varie epoche in tutto il mondo. Ne sono un esempio i *talit* degli ebrei che sono una sorta di scialle sulle cui frange vengono fatti dei nodi.

“parla ai figli di Israele e di loro che si facciano, anche per le generazioni future, dei fiocchi agli angoli dei loro mantelli emettano al fiocco di ogni angolo un cordone violaceo. Tale ornamento avrà per voi questo scopo: quando lo vedrete vi ricorderete di tutti i comandamenti del Signore” (*Numeri 15,38*)

Questa funzione di promemoria si ritrova ancora in Palestina dove i pubblicaniquali agenti delle tasse, davano come ricevuta un cordino annodato in modo particolare ed si tenevano il corrispondente legato ad una fune. Anche nei testi cinesi si riferisce come gli esattori le registrassero le tasse dovute attraverso un sistema di nodi.

Erano forse nodi simili a questi che ancora nell'ottocento i mugnai tedeschi consegnavano come ricevuta del macinato.



Nodi di paglia venivano usati dai lavoratori delle industrie navali giapponesi per conteggiare il proprio salario e un sistema analogo è stato usato dagli indiani d'America ma l'esempio più studiato è certamente il *quipu* degli incas.

Il *quipu* consiste in un cordino di colore diverso a seconda degli insiemi a cui è riferito sul quale sono stati annodati gruppi di nodi il cui numero assume un carattere posizionale rappresentando, a seconda dell'altezza sul filo, le unità, le decine ecc...

Nel caso in cui fosse stato possibile suddividere l'insieme in sottoinsiemi (per esempio gli abitanti di un villaggio suddivisi in bambini, donne giovani, uomini giovani, donne vecchie, uomini vecchi) ogni sottoinsieme veniva conteggiato con un apposito quipu del colore rappresentativo dell'insieme di partenza poi tutto il gruppo veniva legato secondo un ordine prestabilito ad una corda trasversale detta madre e ad un quipu-somma che recava il totale dell'insieme considerato.



Contrariamente alle taglie che erano di uso piuttosto individuale questo conteggio nasce in presenza di un potere statale particolarmente forte e centralizzato. L'Inca, che si riteneva il proprietario non solo di tutti i beni ma anche di tutti i sudditi, ordinava un continuo monitoraggio su tutta la nazione e, a questo scopo, particolari funzionari addetti ai rilevamenti annodavano mensilmente i quipu e li inviavano all'archivio di stato presso il palazzo reale.

Purtroppo, affinché non venissero manomessi, si fissavano i nodi con pece o prodotti simili e ciò fece loro assumere un aspetto che sembrò inquietante ai conquistadores spagnoli i quali, pensando che si trattasse di oggetti di stregoneria, ordinarono di bruciarli e così la maggior parte è scomparsa.

### **La filografia**

Il filo, colorato diversamente a seconda del materiale inventariato e diventato, per il sistema visivo, un vero e proprio numero, diventa un significante a doppia lettura capace di attivare contemporaneamente più di un centro visivo e di generare importanti ricadute.

Quello che poteva essere uno strumento di computo come tanti altri ha infatti assunto ultimamente una particolare importanza grazie alla scoperta fatta nel 1986 dalla studiosa napoletana, Clara Miccinelli che ha trovato nella propria biblioteca un libro del XVII secolo attraverso il quale un gesuita, contrario alla sistematica di distruzione della civiltà incaica perpetrata dagli europei, ha cercato di salvare quanto era riuscito a conoscere circa la religione, la storia e le leggende degli incas ma soprattutto la loro scrittura o, più precisamente, la loro filografia.

A fianco dei quipu descritti precedentemente che erano semplicemente di tipo contabile esistevano infatti degli altri quipu, i quipu regali che venivano annodati per ricordare la storia, le tradizioni, i canti della popolazione. Essi venivano confezionati legando ai cordini alcune piume, spaghi o pezzi di stoffa particolari. Sono una quarantina di oggetti diversi che rappresentano altrettante parole da scomporre in sillabe. Il numero di nodi che accompagna ogni oggetto indica di quale sillaba si tratti. Quindi, guardando l'oggetto ed il numero di nodi, si può leggere la sillaba e ne deriva un sistema di scrittura filografato.

È un importante esempio di come il processo di astrazione dovuto alla rappresentazione visiva dei numeri possa portare all'invenzione di una scrittura.

### **I ciottoli**

Nella storia della codifica dei numeri il percorso più interessante è certamente quello attuato dai ciottoli dai quali sono derivate, per lo meno in Occidente, due diverse invenzioni: l'abaco e la scrittura.

Nell'abaco il ciottolo o il gettone compaiono nella doppia veste di significanti del valore determinato dalla posizione, ma anche di componenti essenziali del primo vero strumento di calcolo. Con essi il sistema visivo deve per la prima volta collaborare con il sistema verbale per organizzare e memorizzare un algoritmo.

Questo strumento che nasce probabilmente da una fila di scanalature tracciate sulla sabbia è stato per secoli uno strumento essenziale che deve la grande diffusione anche alla possibilità di allestirlo in qualsiasi contesto. Proprio a causa del materiale deperibile con cui veniva costruito non si sono conservati abachi precedenti all'epoca romana al di fuori di quello in marmo trovato a Salamina né rappresentazioni degli stessi se si esclude qualche vaso greco sul quale è raffigurato un contabile che fa il calcolo sull'abaco e registra i risultati su una tavoletta.

La versatilità di questi strumenti è evidenziata, fra gli abachi romani che sono stati ritrovati, a gettoni o a palline scorrevoli, da quelli tascabili in bronzo. Sono abachi con palline scorrevoli anche gli *schoty* dei russi, i *soroban* dei giapponesi e i *suan pan* dei cinesi che usavano anche un tipo di tavola a bastoncini dai quali avevano derivato una delle loro scritture numeriche.

Per secoli in occidente la potentissima corporazione dei maestri d'abaco utilizzò quasi in esclusiva quelli a gettoni osteggiando in tutti i modi l'introduzione della numerazione indo-araba e i relativi algoritmi di calcolo. Questi ultimi venivano guardati con sospetto anche dagli ordini religiosi che li ritenevano troppo facili da eseguire e quindi forse un prodotto di spiriti diabolici. Benchè intorno all'anno 1000, Gerberto d'Aurillac (divenuto papa Silvestro II) lo avesse raccomandato ai suoi chierici, anche la semplice sostituzione di più

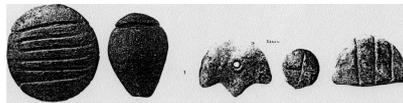
gettoni con uno solo recante incisa la cifra araba corrispondente trovò una certa resistenza (anche perché il suggerimento veniva da una figura di uomo troppo interessato alla scienza e quindi in sospetto di stregoneria).

Oggi vengono ancora regalati pallottolieri ai bambini ma se ne è persa la funzione.

Va osservato che i sistemi finora analizzati o sono scarsamente utilizzabili per eseguire calcoli (quipu e taglie) o nella fase di calcolo fanno sparire i dati di partenza rendendo difficile il controllo (mani ed abachi). Nella civiltà occidentale una seconda applicazione dell'uso dei ciottoli porterà alla soluzione di questo problema.

### **La scrittura**

All'inizio del ventesimo secolo in medio oriente si sono trovati dei reperti abbastanza numerosi di cui inizialmente non si conosceva l'uso ma che poi sono risultati essere la testimonianza di un primitivo conteggio. I più antichi erano delle palline o dei bastoncini di creta usati per le prime corrispondenze biunivoche ma intorno al 4000 a.C. si nota il passaggio ad un nuovo tipo di gettoni ognuno dei quali rappresentavano una certa quantità, rimasta sconosciuta, di cibarie, bestiame od altro. Si tratta di oggetti la cui forma ricorda la merce a cui si riferiscono e che testimoniano come inizialmente il concetto di quantità sia di tipo analogico e cioè dipenda anche dal volume dell'insieme considerato.



Nel seguito, in un processo di ulteriore astrazione, compaiono nuovi oggettini di creta, coni, palline, bastoncini che rappresentano precisi valori numerici e la loro comparsa avviene in un nuovo periodo storico per la regione.

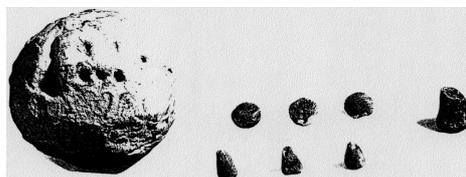
La mezzaluna fertile, nonostante il nome, è un ambiente semidesertico e piuttosto inospitale che richiede molta manodopera ed una importante organizzazione sociale per eseguire lavori di pubblica utilità come scavare canali di irrigazione ed organizzare il raccolto. Nel quarto millennio troviamo le prime comunità amministrare attraverso una struttura gerarchica particolarmente efficace. Tutto viene riferito ad una serie di coordinatori, ognuno responsabile di una parte dei beni comuni che vengono prodotti e custoditi in quella enorme costruzione che è il Palazzo, al quale sono annessi laboratori, magazzini, caravan serraglio ecc. Ogni funzionario ha un suo sigillo che egli imprime su un blocchetto di creta o cretula spalmato sulla chiusura di tutte le derrate di sua competenza. Quando apre per esempio un sacco per prelevare una data quantità di grano deve mettere da parte la cretula del recipiente che ha aperto a

testimonianza dell'avvenuta apertura e metterne poi una nuova. Con il passare degli anni fra questi amministratori si impone quello che viene chiamato il "Padrone dell'acqua" espressione che assume il significato di "re" e si assiste alla nascita delle città-stato.

Le prime comunità coinvolte in questo processo sono quelle nella zona vicino al Golfo Persico abitate da sumeri ed elamiti dove si svilupparono le città di Ebla, Susa e Ur. Qui chi ha la responsabilità di coordinare le carovane per gli scambi commerciali o affidare le greggi ai pastori deve essere in grado di controllare l'ammontare delle merci ed il numero di animali coinvolti. Per fare ciò viene escogitato il sistema delle *bulle*.

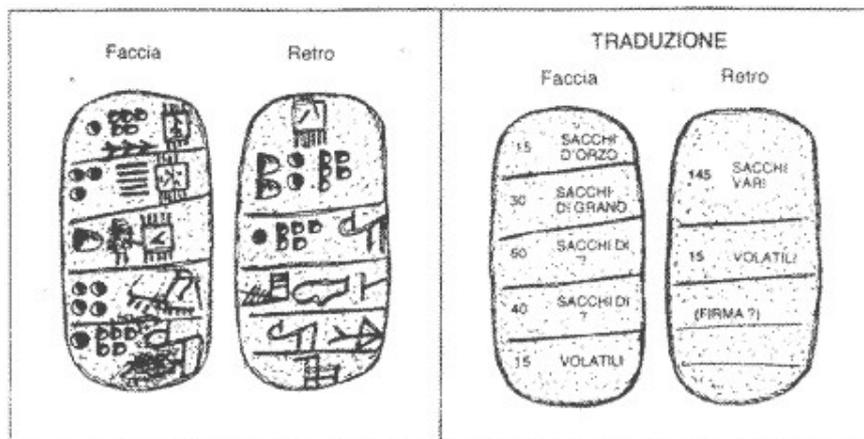
Vengono chiamate *bulle* delle palline di creta cave del diametro di 7-8 cm, spesso decorate all'esterno attraverso i consueti sigilli, le quali contengono all'interno piccoli elementi di creta. Si pensava che fossero dei sonagli per bambini ma negli anni venti, in una zona dell'alta Siria, si rinvenne una bulla che non aveva disegni ma la descrizione numerica di un gregge scritta in caratteri cuneiformi. Il bambino sapeva leggere? In base a queste ed altre considerazioni gli archeologi arrivarono alla seguente conclusione. Il padrone o l'amministratore del gregge quando lo affidava ad un pastore introduceva in una palla cava un numero di gettoni come quelli precedentemente descritti per un valore corrispondente al numero di capi del gregge e imprimevano il proprio sigillo sulla superficie esterna in modo che non si potesse aprire la bulla e falsificare il contenuto. Al ritorno del pastore se c'erano delle contestazioni la si poteva rompere e controllare se quello che era stato consegnato era poi stato riportato indietro.

Studiando i reperti gli archeologi hanno potuto seguire l'evoluzione di questa tecnica di conteggio fino alla nascita della scrittura. All'inizio (siamo tra il 3500 e il 3300 a.C.) la bulla si presentava come descritto. Ma se il numero di capi è celato all'interno, come può il pastore controllare se ha recuperato tutte le pecore? Visto che non poteva rompere la bulla, verso il 3300 a.C. vengono confezionate bulle sulla cui superficie esterna è stato premuto con forza ognuno di quei gettoni che sono stati inseriti all'interno in modo da avere la visione in negativo della quantità che vi è rappresentata.



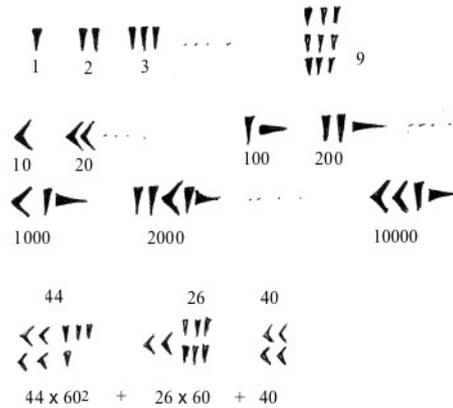
È un passo importantissimo perché l'impronta è un segno astratto, completamente astratto. È nato il primo segno grafico rappresentante un numero e con esso il primo germe per il futuro sviluppo della scrittura.

Per quanto riguarda la scrittura si è potuto seguire ad Ebla la sua comparsa di 50 anni in 50 anni. Un po' alla volta si realizza l'inutilità di mettere i gettoni dentro la bulla ed essa diventa piena con i segni numerici sovrapposti ai disegni del proprietario; più avanti si fa più sottile, sempre più rettangolare e più piatta, finché verso il 2900 a.C. cominciano a comparire, accanto ai numeri, dei segni che rappresentano non più il sigillo del proprietario ma semplicemente la rappresentazione schematica dell'oggetto che viene registrato. Si differenziano i disegni e il loro significato e si cominciano a stendere dei resoconti, con la distinta sul dritto ed il totale sul verso attraverso i quali si è riusciti a risalire al valore dei singoli segni.



Per quanto riguarda la scrittura del parlato sembra che i primi scribi fossero schiavi babilonesi e, visto che le parole sumeriche sono prevalentemente monosillabiche, si ritiene che essi firmassero i resoconti con il loro nome babilonese utilizzando il valore fonetico dei pittogrammi come in un rebus. Appoggiandosi quindi al sistema visivo già in uso per i numeri anche i pittogrammi assumono la forma astratta di fonemi.

Nel tempo il potere passa ai babilonesi e la scrittura lentamente diventa cuneiforme molto più chiara e semplice.



La matematica ora usa tre soli segni un cuneo verticale per le unità, una punta di freccia per le decine, uno orizzontale per le centinaia. Il sistema è sessagesimale misto: additivo ma anche posizionale con unità, sessantine, trecentosessantine, ecc. raggruppate ad una certa distanza. Inizialmente, quando manca una unità di un certo ordine si lasciava uno spazio vuoto tra i due gruppi contigui ma ciò rende difficile capire se e di quanti ordini sono effettivamente le cifre mancanti.

Tali incertezze trovarono la soluzione nell'utilizzo di un doppio chiodo obliquo che, messo al posto dello spazio vuoto, è la prima rappresentazione, anche se ancora embrionale, dello zero.

Ora si potrà veramente "far di conto" usando l'abaco per il calcolo ed il supporto scritto come memoria dei dati iniziali e dei risultati intermedi.

## Bibliografia

- BALDINI M., 1995, *Storia della comunicazione*, Enciclopedia Il Sapere, Tascabili  
Economi Newton, Roma
- BARA B. G., 2003, *Il sogno della permanenza*, Bollati Boringhieri, Torino
- BARROW J. D., 1992, trad it *La luna nel pozzo cosmico*, Adelphi Edizioni, Milano  
1994
- BOYER C.B., 1968, *Storia della matematica*, Oscar Mondadori, Milano 1997
- CHABERT J.-L., 1994, *A history of algorithm*, Springer
- D'AMORE B., SPERANZA F., 1989, *Lo sviluppo storico della matematica*, Armando  
Editore, Roma
- DEHAENE S., 1997, trad. it. *Il pallino della matematica*, Oscar Mondadori, Milano  
2001
- DIAMOND J., 1997, trad. it. *Armi, acciaio e malattie*, Einaudi, Torino 2001
- JOSEPH G. G., 1991, trad it. *C'era una volta un numero*, Il Saggiatore, Milano  
2000
- IFRAH G., 1985, trad. it. *Storia universale dei numeri*, Mondadori, Milano 1989
- KLINE M., 1972, trad. it. *Storia del pensiero matematico*, Einaudi, Torino 1996
- LUCCARINO B., 1995, *La storia dei segni matematici*, Edizioni Scientifiche  
Italiane
- MASINI G., 1973, *Il romanzo dei numeri*, Giunti - Nardini Editore, Firenze
- MICCINELLI C., ANIMATO C., 1989, *Quipu*, ECIG, Genova
- WILLIAMS M. R., 1985. trad it *Dall'abaco al calcolatore*, Muzzio, 1989
- AA.VV., *Il linguaggio dei segni* Electa/Gallimard, 1994
- AA.VV., *Dai sumeri ai babilonesi* Electa/Gallimard, 1996
- AA.VV., *Ebla la città rivelata* Electa/Gallimard, 1995
- AA.VV., *La scrittura memoria degli uomini* Electa/Gallimard, 1992
- AA.VV., *L'impero dei numeri* Electa/Gallimard, 1997